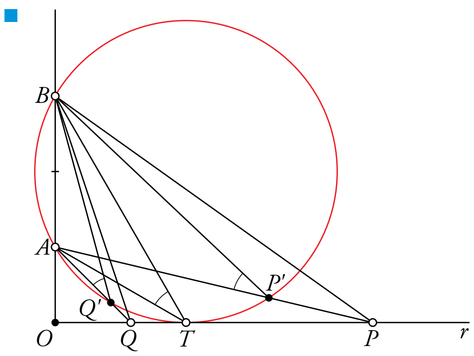
Página 269

Optimización

■



Página 271

1 a) • Recta tangente en (0, 0): $y = 8x$

• Recta tangente en (1, 4): $y = -9x + 13$

• Recta tangente en (3, 150): $y = 11x + 117$

b) • Recta tangente en (3, 3): $y = -\frac{2}{5}x + \frac{21}{5}$

• Recta tangente en (3, –7): $y = \frac{2}{5}x - \frac{41}{5}$

c) No tiene solución.

d) $y = x - 2$.

Página 272

1 Si $f(x)$ es decreciente en x_0 entonces existe un entorno de x_0, $E = (x_0 - a, x_0 + a)$ tal que, si $x \in E$, $x \neq x_0$, entonces:

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} < 0$$

Por tanto, si $f(x)$ es derivable en x_0, se tiene que:

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \leq 0$$

2 a) f es creciente en $(-\infty, -1)$ y en $(3, +\infty)$.

b) f es decreciente en $(-1, 3)$.

Página 273

1 $y' = \dfrac{x^2(x-6)}{(x-2)^3}$

$$y' = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}$$

En $x = 0$ hay un punto de inflexión.

En $x = 6$ hay un mínimo relativo.

2 a) $y' = 0 \begin{cases} x = 0 \rightarrow \text{Punto}(0, 0) \\ x = 1 \rightarrow \text{Punto}(1, 1) \end{cases}$

En (0, 0) hay un punto de inflexión.

En (1, 1) hay un máximo relativo.

b) $y' = 0 \begin{cases} x = -1 \rightarrow \text{Punto}(-1, 0) \\ x = -2 \rightarrow \text{Punto}(-2, 1) \\ x = -3 \rightarrow \text{Punto}(-3, 0) \end{cases}$

Hay un mínimo relativo en (–3, 0), un máximo relativo en (–2, 1) y un mínimo relativo en (–1, 0).

Página 275

1 Los puntos (0, 5) y $\left(\frac{4}{3}, -\frac{121}{27}\right)$ son puntos de inflexión.

• Es cóncava en $(-\infty, 0) \cup \left(\frac{4}{3}, +\infty\right)$, ya que $f''(x) > 0$.

• Es convexa en el intervalo $\left(0, \frac{4}{3}\right)$, ya que $f''(x) < 0$.

2 El punto (2, 2) es un punto de inflexión.

• La función es convexa en $(-\infty, 2)$, pues $f''(x) < 0$.

• La función es cóncava en $(2, +\infty)$, pues $f''(x) > 0$.

Página 277

1 El número buscado es $x = 5$.

2 Los catetos miden 5 cm cada uno. El área máxima es de 12,5 cm^2.

3 El cuadrado de lado 3 m.

4 El cilindro tendrá radio 1 dm y altura 2 dm.

Página 279

1 $y = sen\ x$ es derivable (y, por tanto, continua) en todo $\mathbb{R}$.

Además, $f(0) = f(\pi) = 0$. Cumple la tesis en: $x = \frac{\pi}{2}$

2 $b = 2$. Cumple la tesis en $\frac{2\sqrt{3}}{3} \in (0, 2)$.

3 $f(x)$ es derivable en $x = 1$ y, por tanto, en el intervalo $(-0{,}5; 4) \rightarrow f(-0{,}5) = 1 = f(4)$

Cumple la tesis del teorema de Rolle en $x = 2$.

4 La derivada solo se anula en $x = -1$ y en $x = 1$.

Supongamos que $f(x)$ tiene dos raíces en [–1, 1], sean c_1 y c_2. Por el teorema de Rolle, como $f(c_1) = f(c_2) = 0$, existiría un $c \in (c_1, c_2)$ tal que $f'(c) = 0$.

Pero $f'(x)$ solo se anula en $x = -1$ y en $x = 1$, hemos llegado a una contradicción.

Página 281

5 $f(x)$ es continua en el intervalo [2, 6] y derivable en (2, 6).

La tesis se cumple en $c = \frac{9}{2}$.

6 Cuando $a = 0$ y $b = 2$ la función es continua en [–3, 2] y derivable en (–3, 2).

$x = -\frac{13}{10}$

7 La tesis se cumple en $c = \frac{-3}{2}$.

8 Se cumple la tesis en $c = \frac{1-\sqrt{31}}{3}$.

Página 283

1 Por las hipótesis, existe un entorno $E = (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ en donde f' es negativa.

Sean x_1 y x_2 dos puntos del entorno tales que $x_1 < x_2$. f cumple las hipótesis del teorema del valor medio en $[x_1, x_2]$, por tanto, $\exists c \in (x_1, x_2)$ tal que:

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f'(c) < 0 \to f(x_2) - f(x_1) < 0 \to$$
$$\to f(x_2) < f(x_1)$$

Es decir, f es decreciente en x_0.

2 $f''(x_0) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f'(x_0 + h) - f'(x_0)}{h} = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f'(x_0 + h)}{h} < 0$

Si h < 0, entonces:

$f'(x_0 + h) > 0 \to f$ es creciente a la izquierda de x_0 (1)

Si h > 0, entonces:

$f'(x_0 + h) < 0 \to f$ es creciente a la derecha de x_0 (2)

Por (1) y (2), f presenta un máximo en x_0, ya que es creciente a la izquierda de x_0 y decreciente a su derecha.

Página 284

1 a) $c = \frac{5}{2} \in (1, 4)$ b) $c = \frac{1}{2} \in (0, 1)$

c) $c = \frac{\pi}{4} \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$ d) $c = \frac{2}{\sqrt{\ln 3}} \approx 1{,}908 \in (1, 3)$

Página 287

1 Hazlo tú.

$y = -x - 2$

2 Hazlo tú.

Los puntos de tangencia están en la curva y son de la forma $(a, a^2 - 2a + 4)$.

$x = -2,\ f(-2) = 12$ $x = 2,\ f(2) = 4$

3 Hazlo tú.

$y = \frac{1}{3} - \frac{1}{9}(x - 3)$

Si $P\left(3, \frac{1}{3}\right)$; $Q\left(0, \frac{2}{3}\right)$ y $R(6, 0)$.

El punto medio del segmento $\overline{QR}$ es:

$$\left(\frac{0+6}{2}, \frac{\frac{2}{3}+0}{2}\right) = \left(3, \frac{1}{3}\right) = P$$

Por tanto, P divide al segmento en dos partes iguales.

Página 288

4 Hazlo tú.

a) Es creciente en $(-\infty, -2\sqrt{3})$ y $(2\sqrt{3}, +\infty)$.

Es decreciente en $(-2\sqrt{3}, -2)$; $(-2, 0)$; $(0, 2)$ y $(2, 2\sqrt{3})$.

b) Es creciente en $(1, +\infty)$ y decreciente en $(-\infty, -5)$.

Página 289

6 Hazlo tú.

$v = 78$ km/h

7 Hazlo tú.

El radio crece a una velocidad de 8 mm/s.

Página 290

8 Hazlo tú.

El punto (–1, 3) es un máximo relativo.

9 Hazlo tú.

Los valores buscados son $b = 1$ y $d = 3$.

Página 291

11 Hazlo tú.

$r = \frac{3}{\sqrt{\pi}}$ $h = \frac{6}{\sqrt{\pi}}$ cm

12 Hazlo tú.

La vela es un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos miden $3\sqrt{2}$ m.

Página 292

1 $y = x + 2 \quad y = x$

2 No tiene puntos de inflexión. La función es cóncava en $(-\infty, -1)$ y $(1, +\infty)$. Es convexa en $(-1, 1)$.

3 Alcanza el máximo absoluto en $(1, 1)$ y el mínimo absoluto en $(2, \ln 7 - 2)$.

4 El dominio de $f(x)$ es $\mathbb{R}$ y es continua en $[1, 3]$.

La función es derivable en $(1, 3)$. Por el teorema del valor medio existe un punto $c \in (1, 3)$ tal que:

$$f'(c) = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{9 - 1}{2} = 4$$

5 a) $a = 1$

b) $(0, 0)$ es un mínimo relativo.

$(11, e^{-2})$ es un máximo relativo.

Página 293

1 a) $y = 4x - \frac{\pi}{2}$ b) $y = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{6}}{4}\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

c) Recta tangente en $(2, 5) \rightarrow y = -x + 7$

Recta tangente en $(2, 3) \rightarrow y = x + 1$

d) $y = 1$

2 Recta tangente en $(0, 0)$: $y = -2x$

Recta tangente en $(2, 4)$: $y - 2x + 8$

3 a) $y = \frac{-1}{e}$ b) $y = \frac{4}{e^2}$

c) En $\left(\frac{\pi}{4} + \pi k, 1\right)$, con $k \in \mathbb{Z}$, la tangente es: $y = 1$

En $\left(\frac{3\pi}{4} + \pi k, -1\right)$, con $k \in \mathbb{Z}$, la tangente es: $y = -1$

4 El punto es $\left(\frac{1}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.

La recta tangente en ese punto será: $y = \sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}$

5 a) $y = 8 + 11(x - 3)$ b) $y = -4 + 11(x + 1)$

6 $y = -\frac{271}{27} - \frac{1}{3}\left(x - \frac{1}{6}\right)$

7 $x = -2$, $f(-2) = 34$; $x = 2$, $f(2) = 14$

8 Los puntos de tangencia son de la forma $\left(a, \frac{a^2}{4} + 4a - 4\right)$.

$a = -4$, $f'(-4) = 2$; $a = 4$, $f'(4) = 6$

9 a) $y = \frac{9}{4}$ b) $y = -\frac{2}{e}$ c) $y = e^{\sqrt{2}}(2 - 2\sqrt{2})$

10 a) Hay un mínimo en $(3, 0)$ y un máximo en $(1, 4)$.

El punto $(2, 2)$ es un punto de inflexión.

b) Hay un mínimo en $\left(2, \frac{-4}{3}\right)$.

Hay un punto de inflexión en $(0, 0)$ y otro en $\left(\frac{4}{3}, \frac{-64}{81}\right)$.

c) Hay un mínimo en $\left(\frac{3}{2}, \frac{-27}{16}\right)$.

Hay un punto de inflexión en $(0, 0)$ y otro en $(1, -1)$.

d) Hay un mínimo en $(0, 0)$.

No hay puntos de inflexión.

e) Hay un máximo en $(0, 1)$.

Hay un punto de inflexión en $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{3}{4}\right)$ y otro en $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{3}{4}\right)$.

f) Hay un mínimo en $(0, -1)$.

Hay un punto de inflexión en $\left(-1, \frac{-2}{e}\right)$.

11 a) Es creciente en $(-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{4}{3}\right) \cup (4, +\infty)$.

Es decreciente en $\left(\frac{4}{3}, -2\right) \cup (2, 4)$.

Máximo en $\left(\frac{4}{3}, -\frac{9}{2}\right)$. Mínimo en $\left(4, -\frac{1}{2}\right)$.

b) Es creciente en $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$.

Es decreciente en $(0, 1) \cup (1, +\infty)$.

Tiene un máximo en $(0, -1)$.

c) Es creciente en $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$.

Es decreciente en $(-\sqrt{3}, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \sqrt{3})$.

Máximo en $\left(-\sqrt{3}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$. Mínimo en $\left(\sqrt{3}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$.

Tiene un punto de inflexión en $(0, 0)$.

d) Es creciente en $(1, 2) \cup (2, 3)$.

Es decreciente en $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$.

Máximo en $(3, -9)$. Mínimo en $(1, -1)$.

e) Es creciente en todo su dominio.

f) Es creciente en $(0, 2)$.

Es decreciente en $(-\infty, 0) \cup (2, 3) \cup (3, +\infty)$.

Máximo en $(2, -2)$.

12 a) Es convexa en $(-\infty, 0)$ y cóncava en $(0, +\infty)$.

Tiene un punto de inflexión en $(0, 4)$.

b) Es cóncava en $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ y convexa en $(-1, 1)$.

Puntos de inflexión en $(-1, -5)$ y otro en $(1, -5)$.

c) Es cóncava. No tiene puntos de inflexión.

d) Es convexa en $(-\infty, -2)$ y cóncava en $(-2, +\infty)$.

Tiene un punto de inflexión en $\left(-2, -\dfrac{2}{e^2}\right)$.

e) Es convexa en $(-\infty, -1)$ y cóncava en $(-1, +\infty)$.

No tiene puntos de inflexión.

f) Es convexa en $(-1, +\infty)$.

13 a) No hay ni un máximo ni un mínimo. Hay un punto de inflexión en $(1, 1)$.

b) Mínimo en $(1, 2)$. Es cóncava en todo su dominio.

c) Máximo en $(1, 3)$. Es convexa en todo su dominio.

d) Punto de inflexión en $(1, -3)$.

14 a) El punto $(3, 4)$ es un mínimo relativo.

b) El punto $(e^{-1}, -e^{-1})$ es un mínimo relativo.

c) Los puntos $\left(\dfrac{3\pi}{4} + 2k\pi, \sqrt{2}\right)$ son máximos relativos.

Los puntos $\left(\dfrac{7\pi}{4} + 2k\pi, -\sqrt{2}\right)$ son mínimos relativos.

d) El punto $(0, 0)$ es un máximo relativo.

15 Ambas funciones son continuas y derivables salvo quizás en los puntos donde se separan los trozos porque están definidas por intervalos mediante funciones polinómicas.

a) $f(x)$ es derivable en $x = 1$. $g(x)$ es derivable en $x = 2$.

b) $f(x)$ tiene un mínimo relativo en $(-1, -2)$.

$g(x)$ tiene un mínimo relativo en $\left(-\dfrac{7}{2}, -\dfrac{65}{4}\right)$.

16 La función no tiene ni máximos ni mínimos relativos.

Es convexa en el intervalo $(-\infty, 0)$ y cóncava en $(0, +\infty)$.

El punto $(0, 0)$ es un punto de inflexión porque cambia de convexa a cóncava.

Página 294

17 $a = -4$. El punto $\left(3, \dfrac{1}{3}\right)$ es un mínimo relativo.

18 $a = -2$; $b = 3$

19 $a = -3$, $b = 3$, $c = 1$

20 $a = 3$, $b = 3$, $c = 1$

21 $a = 1$, $b = -3$, $c = 0$, $d = 4$

22 $a = \dfrac{1}{3}$, $b = \dfrac{-3}{2}$, $c = 2$, $d = \dfrac{-5}{6}$

23 $a = -1$, $b = 1$

24 $a = -6$, $b = \dfrac{10}{3}$, $c = \dfrac{31}{3}$

25 $a = -3$, $b = 3$, $c = 0$

26 $a = -3$, $b = 3$

27 $c = 1$. Hay un punto de inflexión en $x = 1$.

28 a) Si $a = -2$ y $b = 1$, es continua y derivable en $\mathbb{R}$.

b) Estudiando el signo de la primera derivada en las proximidades de $x = 1$, obtenemos que el punto $(1, 0)$ es un mínimo relativo.

29 Es decreciente en $(-\infty, -1)$ y creciente en $(1, +\infty)$.

30 $x = -5$, $y = 3$ $\rightarrow$ Recta tangente: $y = 3 - \dfrac{4}{3}(x + 5)$

$x = 3$, $y = 3$ $\rightarrow$ Recta tangente: $y = 3 + \dfrac{4}{3}(x - 3)$

31 Soluciones: $\begin{cases} x = 3 - 2\sqrt{2}, \ y = -2 + 2\sqrt{2} \\ x = 3 + 2\sqrt{2}, \ y = -2 - 2\sqrt{2} \end{cases}$

32 $y = \dfrac{1}{2}(x - 1)$

33 $y = e^{\frac{x}{2}} + e^{\frac{x}{2}}(x - e)$

34 Es creciente en $(-3, -1) \cup (1, +\infty)$.

Es decreciente en $(-\infty, -3) \cup (-1, 1)$.

Máximo en $(-1, 4)$.

Mínimo en $(-3, 0)$ y en $(1, 0)$. Son los puntos donde f no es derivable.

35 Máximo relativo en $(0, 4)$.

Mínimo relativo en $(-2, 0)$ y $(2, 0)$.

36 Los puntos son $(4, 0)$ y $(2, 4)$.

37 $\alpha = 45°$

38 Los puntos buscados son $(-2, -5)$ y $(4, 5)$.

39 a) La solución es el punto $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{15}{4}\right)$.

b) $y = 1 + 6(x + 2)$

$y = 1 + 2(x + 2)$

40 $a = e^{3/2}$

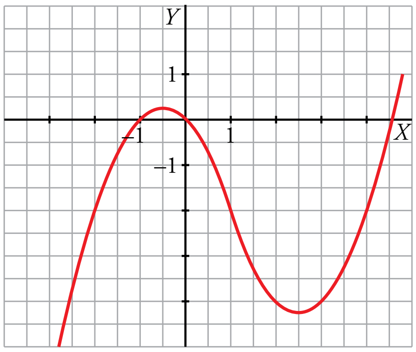
Página 295

41 $a = -1$, $b = -2$

42 a) $m = -5$, $n = 2$, $p = -1$

b) El extremo relativo es un máximo.

c) En $x = \dfrac{5}{2}$ hay un mínimo relativo.



43 a) $a = 2$, $b = 1$ b) No tiene puntos singulares.

44 En el punto $(-1, 0)$ se alcanza la mínima distancia.

45 Hay un crecimiento de 0,24 partes por millón a los 3 años.

46 a) En $t = \sqrt{2}$ hay un máximo relativo.

b) $\lim\limits_{x \to +\infty} (t^2 + 2t)\, e^{-t} = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{t^2 + 2t}{e^t} = 0$

Este resultado nos indica que a partir del instante $\sqrt{2}$ la velocidad de la partícula disminuye tendiendo a pararse cuando el tiempo aumenta.

47 La cantidad mínima se alcanza a las 3 horas y es aproximadamente de 42,89 litros.

48 a) Es decreciente en $\left(-\infty, \dfrac{1}{2}\right)$ y creciente en $\left(\dfrac{1}{2}, +\infty\right)$.

$f(x)$ es cóncava en $\mathbb{R}$.

b) Es creciente en $(-\infty, 0)$ y decreciente en $(0, +\infty)$.

Como la segunda derivada es positiva, es cóncava en $(-\infty, 0)$ y en $(0, +\infty)$.

49 Su mínimo absoluto es el punto $(-2, \ln 5 - 5)$ y su máximo absoluto es el punto $(3, \ln 10)$.

50 $R = \sqrt{\dfrac{200}{3}}$

51 Los lados de la cartulina medirán 20 cm y 10 cm.

52 La suma mínima es 8 y, por tanto, no puede ser menor que 7.

53 62,83 cm^2/s

54 a) El mínimo relativo es $(0, 1)$.

b) El mínimo relativo es necesariamente un mínimo absoluto porque la función siempre decrece a su izquierda y siempre crece a su derecha.

55 La distancia máxima se alcanza en $(-5, 0)$ y $(5, 0)$.

La distancia mínima se alcanza en $(-3, 0)$ y $(3, 0)$.

56 a) Si llamamos x al ángulo que forman las manecillas, la altura del triángulo sobre la manecilla mayor es $a = 4 \operatorname{sen} x$.

El área del triángulo es $A(x) = \dfrac{6 \cdot 4 \operatorname{sen} x}{2} = 12 \operatorname{sen} x$, con $x \in (0, \pi)$ para que se pueda construir el mismo.

b) Las manecillas deben ser perpendiculares para que el área sea máxima y ésta es de 12 cm^2.

57 Como $V(r)$ es una función creciente, su máximo se alcanza en $r = 5$.

58 $y = \dfrac{1}{2} + \ln 2 + \dfrac{1}{4}(x - 2)$

Página 296

59 a) $A(x) = \dfrac{60x - 5x^2}{6}$ *Dominio* $= (0, 12)$

b) El máximo de la función $A(x)$ se alcanza en $x = 6$.

El área es de 30 cm^2.

60 El envase debe tener la base cuadrada de lado 4 cm y 5 cm de altura.

61 El punto buscado se encuentra a $2\sqrt{3}$ m de la base, situado sobre la altura.

62 El punto del suelo debe situarse a 12 m del poste de 12 m (y a 18 m del poste de 18 m).

63 $y = -2x + 4$

64 $-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ m/s

65 La base del triángulo mide $4\sqrt{3}$ cm y la altura, 6 cm.

66 $c = \sqrt{6}$

67 Hay dos puntos: $x_0 = \dfrac{5 - \sqrt{13}}{3}$ y $x_1 = \dfrac{5 + \sqrt{13}}{3}$

68 $f(x)$ es continua en $[-2, 0]$ y derivable en $(-2, 0)$.

Como $f(x)$ cumple las hipótesis del teorema del valor medio en $[-2, 0]$, existe algún punto, $c \in (-2, 0)$, tal que $f'(c) = \dfrac{-1}{2}$.

Hay dos soluciones: $c_1 = -1/2$ y $c_2 = -\sqrt{2}$.

69 No existe ningún c tal que $f(x)$ cumpla las hipótesis del teorema de Rolle en $[0, c]$.

70 $f(x)$ no es derivable en el intervalo $(0, \pi)$; y no podemos aplicar el teorema de Rolle.

71 $f(5) = 43$

72 $a = 2$, $b = 19$. La tesis se cumple en $c = \dfrac{9}{2}$.

73 $f(x)$ no es derivable en el intervalo $(-1, 1)$; y no podemos aplicar el teorema de Rolle.

74 No es posible si la función es derivable.

75 $a = -3$, $b = 5$, $c = 1$. La tesis se cumple en $x = \dfrac{3}{2}$.

Página 297

76 Por el teorema de Rolle existe un valor $a \in (1, 2)$ tal que $f'(a) = 0$.

77 a) V b) F c) V d) F

e) V f) F g) V h) F

78 El máximo se alcanza en $x = \dfrac{r}{2}$.

La distancia de C a la cuerda, que es la altura del triángulo, es: $h = r + \dfrac{r}{2} = \dfrac{3r}{2}$.

79 $d(t) = \sqrt{381{,}25t^2 + 6\,000t + 40\,000}$

$d'(1) = 15{,}7$ m/s

80 $tg\,\alpha(t) = arc\ tg\,\dfrac{100}{200 - 3t}$

$\alpha'(t) = \dfrac{300}{9t^2 - 1\,200t + 50\,000}$

Autoevaluación

1 $x = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$.

2

$f' > 0$	1	$f' < 0$	2	$f' > 0$
↗		↘		↗

Es creciente en los intervalos $(-\infty, 1)$ y $(2, +\infty)$.

Es decreciente en el intervalo $(1, 2)$.

f es convexa es $(-\infty, 2)$ y cóncava en $(2, +\infty)$.

3 La función es creciente en $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right) \cup \left(\dfrac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$ y decreciente en $\left(\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{2}\right)$.

Máximo en $\left(\dfrac{\pi}{2}, e^{\pi/2}\right)$ y mínimo en $\left(\dfrac{3\pi}{2}, -e^{3\pi/2}\right)$.

4 a) f es convexa en $(0, e^{-3/2})$.

f es cóncava en $(e^{-3/2}, +\infty)$.

Punto de inflexión: $\left(e^{-3/2}, -\dfrac{3}{2}e^{-3}\right)$

b) $y = -\dfrac{3}{2}e^{-3} - 2e^{-3/2}(x - e^{-3/2})$

5 $a = \dfrac{1}{2}$, $b = -2$, $c = 0$, $d = 4$

6 $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}, \dfrac{3}{4}\right)$

7 Radio $= 3\sqrt{6}$ cm

Altura $= 2 \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ cm

8 f no cumple las hipótesis del teorema de Rolle; por tanto, no podemos asegurar que exista un $c \in (-2, 2)$ tal que $f'(c) = 0$.