

La resolución y entrega del presente dossier es voluntaria. Cada uno de los cuatro ejercicios propuestos debe resolverse de forma razonada, argumentando adecuadamente la respuesta y realizando todos los cálculos oportunos.

Aprender es como remar contra corriente: en cuanto se deja, se retrocede.

Edward Benjamin Britten (compositor, director y pianista británico)

PROBLEMA 1: Discute y resuelve (siempre que sea posible) el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función de los parámetros reales λ y μ :

$$\left. \begin{array}{l} \lambda x + y + z = \mu \\ x + y + \lambda z = 2 \\ 2x + y + \lambda z = \mu \end{array} \right\}$$

PROBLEMA 2: Demuestra que:

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-a-c & 2b \\ 2c & 2c & c-b-a \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$

aplicando únicamente las propiedades de los determinantes (sin utilizar la regla de Sarrus ni el desarrollo por adjuntos).

PROBLEMA 3: Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} m & -1 & 4 \\ 3 & m & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- Determina los valores de m para los que la matriz sea singular.
- Para $m = -2$, calcula la matriz inversa A^{-1} .
- Determina la matriz X que verifica la ecuación

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 2 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot X$$

PROBLEMA 4: Halla la primitiva de $f(x) = \frac{5x^2 - 5x - 3}{x^3 - 3x + 2}$ que pasa por el punto $(2, 0)$.