

La resolución y entrega del presente dossier es voluntaria. Cada uno de los ejercicios propuestos debe resolverse de forma razonada, argumentando adecuadamente la respuesta y cálculos realizados.

**Todo lo complejo puede dividirse en partes simples.** (René Descartes)

**PROBLEMA 1:** Discute y resuelve el sistema en función del parámetro real  $k$ :

$$\begin{cases} y + z = 1 \\ (k - 1)x + y + z = k \\ x + (k - 1)y - z = 0 \end{cases}$$

**PROBLEMA 2:** Considera las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1-p & 0 \\ 1 & 0 & p+1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Calcula la matriz  $A^{2022}$ .
- ¿Para qué valores del parámetro real  $p$ , la matriz  $B$  es **regular**?
- Para  $p = 2$ , **resuelve** (si es posible) la ecuación matricial  $XB + A^2 = I$ .
- Calcula el valor del **determinante**:  $|(2 \cdot C^3)^T \cdot (C + A)|$

**PROBLEMA 3:** Considera la recta y el plano dados por las ecuaciones:

$$r: \frac{x+2}{6} = \frac{1-y}{-2} = z \quad \pi: x + 3y - mz = 1$$

Se pide determinar, razonadamente:

- Los valores reales del parámetro  $m$  para que la recta  $r$  sea **paralela** al plano  $\pi$ .
- Para  $m = 1$ , halla la ecuación general del plano  $\pi'$  que contiene a la recta  $r$  y es perpendicular al plano  $\pi$ .

**PROBLEMA 4:** Considera las rectas dependientes del parámetro real  $a$ :

$$r: \begin{cases} x = 1 + a \cdot (y - 2) \\ x = z \end{cases} \quad s: \begin{cases} y - z + 1 = 0 \\ ax - z = 2a - 2 \end{cases}$$

- Averiguar, razonadamente, su **posición relativa** según los valores de  $a$ .
- Para  $a = 1$ , obtener la ecuación general del **plano que contiene a ambas** rectas.
- Para  $a = -1$ , obtener la ecuación continua de la **recta** que pasa por el punto de intersección de  $r$  y  $s$  y es **perpendicular a ambas**.
- Para  $a = 0$ , obtener la **ecuación general del plano** que contiene a  $r$  y es paralelo a  $s$ .

