

La resolución y entrega del presente dossier es voluntaria. Cada uno de los ejercicios propuestos debe resolverse de forma razonada, argumentando adecuadamente la respuesta y cálculos realizados.

Sé tú mismo. Todos los demás ya están ocupados.

(Óscar Wilde, escritor irlandés)

PROBLEMA 1: Considera las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 10 \\ 0 & -3 & 7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Se pide:

- Comprueba** que la matriz A verifica la relación $A^2 - 3A + 2I = 0$
- Demuestra que la matriz A es **regular** y calcula su inversa.
- Determina los valores reales** de α y β que verifican que $A^3 = \alpha A + \beta I$
- Calcula (si existe) la **inversa** de las matrices B y C.
- Determina** la matriz X que verifica $AXC - B^{10} = B^T$

PROBLEMA 2: Considera las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \sqrt{2} & \sqrt{3} & 0 \\ \sqrt{2} & 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix}$$

Se pide calcular el valor de los siguientes determinantes:

- $|A|$
- $|B|$
- $|C|$
- $|A \cdot C|$
- $|A + B|$
- $|C^3|$
- $|B^T \cdot A^2|$
- $|-2A|$
- $|A^T \cdot C \cdot A^{-1}|$
- $|\frac{1}{3}C \cdot C^T|$

PROBLEMA 3: Determina si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. En caso de ser verdadera proporciona una demostración y en caso de ser falsa propón un ejemplo donde se aprecie la falsedad de la proposición.

- Una matriz cuadrada A de orden n y A^2 siempre poseen el mismo rango.
- Dadas dos matrices cuadradas A y B se cumple que $|A + B| = |A| + |B|$
- La suma de dos matrices simétricas es siempre otra matriz simétrica.

