

La resolución y entrega del presente dossier es voluntaria. Cada uno de los ejercicios propuestos debe resolverse de forma razonada, argumentando adecuadamente la respuesta y cálculos realizados.

**El futuro tiene muchos nombres. Para los débiles es lo inalcanzable. Para los temerosos, lo desconocido. Para los valientes es la oportunidad.**

(Víctor Hugo, novelista francés)

**PROBLEMA 1:** A continuación, determina (siempre que sea posible) la expresión analítica que permita calcular la matriz  $X$  que verifica la ecuación matricial indicada en cada caso:

- a)  $AX - 4B = B$                       b)  $A = BX$                       c)  $XB + B = A - 5X$   
d)  $AX + XA = B$                       e)  $AX - C = CX$                       f)  $AXB - 2C^T = 4XB$

**PROBLEMA 2:** Considera las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & m \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Se pide:

- a) **Calcula**  $A^n$  siendo  $n$  un número natural cualquiera.  
b) Determina el **rango** de la matriz  $B$  en función del parámetro real  $m$ .  
c) ¿Qué condición debe cumplir el rango de una matriz cuadrada para que sea regular? ¿Para qué valores de  $m$  es invertible la matriz  $B$ ?  
d) Para  $m=5$  determina, si es posible la **inversa** de la matriz  $B$   
e) Para  $m=5$ , **determina** la matriz  $X$  que verifica

$$XB + C^t = A^3$$

donde  $I$  es la matriz identidad de orden 3.

**PROBLEMA 3:** ¿Qué significa que dos matrices  $A$  y  $B$  sean inversas una de la otra?

**Demuestra** que cualquier matriz  $M$  (cuadrada de orden  $n$ ) que verifica la relación  $M^2 - 3M - I = 0$  tiene inversa (donde  $I$  denota la matriz identidad de orden  $n$ )

