

La resolución y entrega del presente dossier es voluntaria. Cada uno de los ejercicios propuestos debe resolverse de forma razonada, argumentando adecuadamente la respuesta y todos los cálculos realizados.

**Con orden y tiempo se encuentra el secreto de hacerlo todo, y de hacerlo bien**  
(Pitágoras)

**PROBLEMA 1:** Calcula razonadamente cada una de las siguientes primitivas:

a)  $\int \frac{1}{x^2 - 2x + 10} dx$     b)  $\int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin 2x} dx$     c)  $\int 4x \ln x dx$

**PROBLEMA 2:** Halla el área limitada por  $f(x) = 6x - x^2$  y  $g(x) = x^2 - 2x$ .

**PROBLEMA 3:** Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función  $f(x) = x^4$ , su recta tangente en el punto  $(1, 1)$  y el eje de ordenadas

**PROBLEMA 4:** Determina la expresión analítica de la función  $H(x) = \int f(x) dx$  que cumple  $H(0) = 0$ , siendo:

$$f(x) = \frac{4x^2 + 2x + 10}{x^3 + x^2 + 5x + 5}$$

**PROBLEMA 5:** De la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  se sabe que tiene un máximo relativo en  $x = 1$ , un punto de inflexión en  $(0, 0)$  y que  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{5}{9}$ . Calcula los valores reales de los parámetros **a**, **b**, **c** y **d**.

**PROBLEMA 6:** Se sabe que la distancia recorrida por una partícula entre el instante  $t = a$  y  $t = b$  viene dada por  $S = \int_a^b v(t) dt$ , donde  $v(t)$  es la función que determina la velocidad de la partícula en cada instante de tiempo. Un fragmento de roca generado tras la colisión de dos asteroides se desplaza por el espacio a una velocidad de  $v(t) = (t + 1) \cdot e^{-t}$  km/h. Calcula la distancia recorrida por dicho fragmento durante la primera hora tras la colisión de los asteroides.