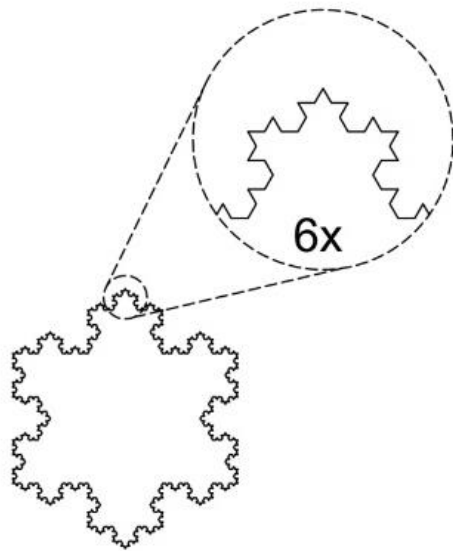




# LA ESPONJA DE MENGER

## 1. ¿Qué es un fractal?

Definir un **fractal** es bastante complejo, así que, para hacernos una idea simple del concepto, pensaremos en un fractal como *aquella estructura en la que sus partes reproducen la totalidad de la estructura*. ¿Cómo os quedáis? ¿Igual? Quizás con un ejemplo lo veis más claro.



Esta estructura o dibujo que aparece a vuestra izquierda es un fractal que se conoce con el nombre de "Copo de nieve de Koch". Si os fijáis, la estructura de este copo, se repite sucesivamente en cada parte del mismo copo. Es decir, si hacemos "zoom" sobre una región del fractal, veremos siempre la misma estructura. Esta característica de los fractales se llama *autosimilitud*.

Los fractales son unos elementos matemáticos complejos que causaron un gran revuelo en el mundo matemático cuando fueron descubiertos. ¿Por qué? Pues por sus extrañas propiedades. Una de las más impactantes es que su dimensión está siempre "a caballo" entre dos dimensiones naturales. Así pues, por ejemplo, el Copo de nieve de Koch es una figura que está entre la primera y la segunda dimensión. Además, su perímetro es infinito pero su área es finita. ¿Cómo? ¿Qué estás diciendo? Entender estas propiedades es algo muy complicado para vosotros todavía, así que no os preocupéis, simplemente quiero que comprendáis por qué causó tanto revuelo su descubrimiento.

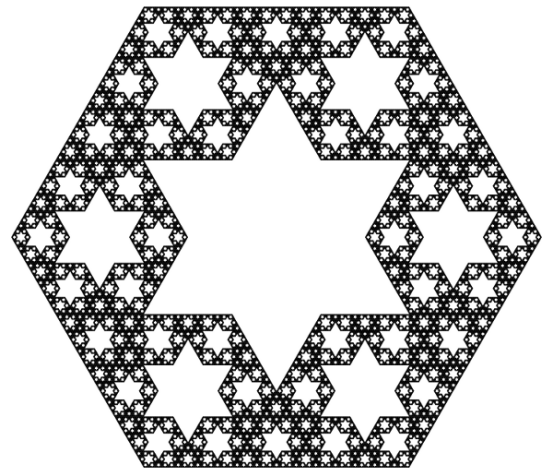
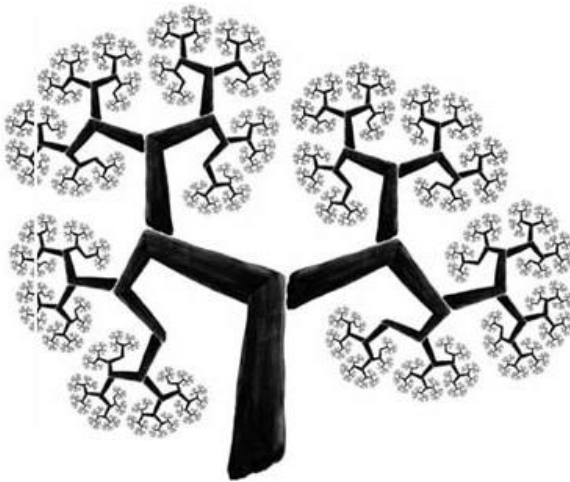
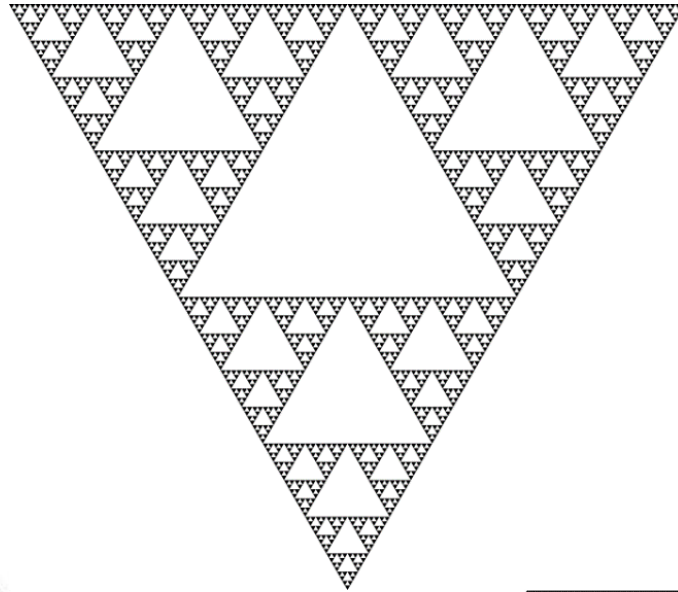
¿Queréis algunos ejemplos más? Las siguientes imágenes y figuras representan fractales cuya dimensión también está entre 1 y 2. Algunos de ellos son muy famosos como es el caso del Triángulo de Sierpinski.





## Emocionar con matemáticas

NN04: La esponja de Menger



Los siguientes enlaces te llevarán también a videos donde se aprecia muy bien la propiedad de *autosimilitud* de algunos fractales.

[https://www.youtube.com/watch?v=MTYW4Re\\_RsY](https://www.youtube.com/watch?v=MTYW4Re_RsY)

<https://www.youtube.com/watch?v=ackDGIKx1cw>

<https://www.youtube.com/watch?v=TLxQOTJGt8c>



Obra bajo licencia Creative Commons  
Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual  
4.0 Internacional

Pedro A. Martínez Ortiz  
[www.maths4everything.com](http://www.maths4everything.com)  
@maths4everthink

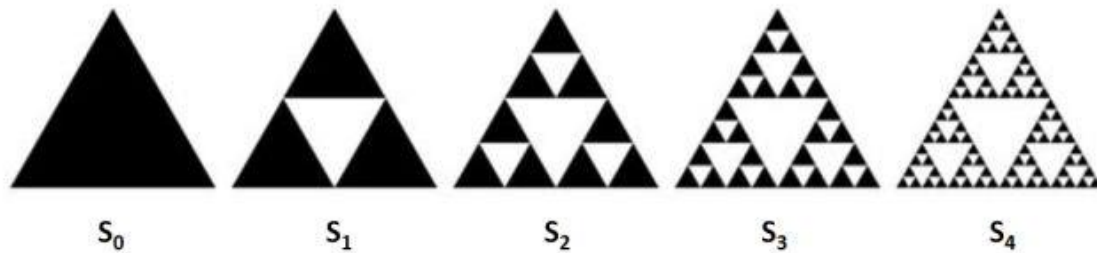


## Emocionar con matemáticas

NN04: La esponja de Menger

### 2. Construyendo la Esponja de Menger

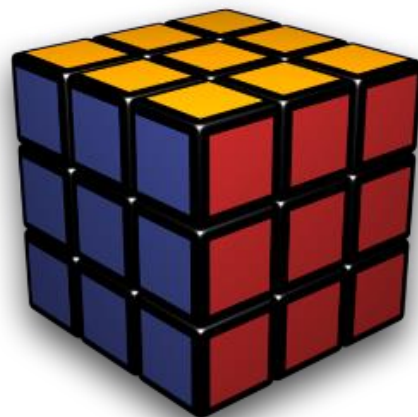
La autosimilitud permite que podamos elaborar un sencillo proceso para construir paso a paso un fractal. Observa las fases de construcción para el Triángulo de Sierpinski:



1. Tratad de explicar el proceso para construir un triángulo de Sierpinski
2. ¿Cuántos triángulos coloreados hay en cada nivel?
3. ¿Podríais averiguar cuántos triángulos coloreados habría en el nivel 5? ¿Y en el nivel 6? ¿Qué me decís del nivel 7?
4. ¿Podríais explicar cómo calcular el número de triángulos coloreados en un nivel cualquiera?

La esponja de Menger es un fractal muy particular que se ideó en el siglo XX. Vamos a ver los pasos necesarios para construirlo. Partiremos inicialmente de un cubo.

PASO 1: Este cubo se divide en 27 cubos iguales. ¿Lo visualizas? Viene a tener la misma pinta que el famoso cubo de Rubik.



PASO 2: Eliminamos los cubitos centrales de cada cara y el cubito del centro del cubo.



Obra bajo licencia Creative Commons  
Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual  
4.0 Internacional

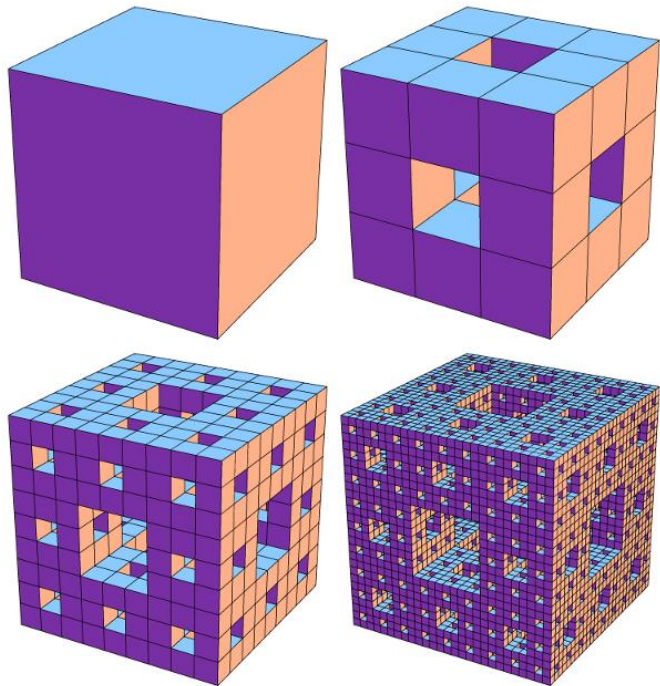
Pedro A. Martínez Ortiz  
[www.maths4everything.com](http://www.maths4everything.com)  
@maths4everthink



## Emocionar con matemáticas

NN04: La esponja de Menger

Llegados a este punto, tenemos una esponja de Menger de nivel 1. Para construir una esponja de nivel 2 lo que debemos hacer es repetir los pasos anteriores con cada uno de los cubitos que tenemos en la figura final del nivel 1. Si queremos llegar al nivel tres, repetiremos el proceso con cada cubo de la figura final obtenida en el nivel 2. Y así sucesivamente. ¿Hasta cuándo? Pues hasta el infinito, y más allá. De hecho, la esponja de Menger es la figura que nos quedaría tras repetir el proceso hasta el infinito.



Lo que haremos a continuación será construir nuestra propia Esponja de Menger. Para ello, utilizaremos cubos construidos mediante papiroflexia modular (1). Ahora bien, antes de empezar, necesitaremos saber cuántos cubos hemos de construir y las dimensiones de la Esponja, no vaya a ser que no tengamos papel suficiente o no vaya a caber en la clase.

1. ¿Cuántos cubos necesitamos para construir una esponja de nivel 1? ¿Qué altura alcanzaría?
2. ¿Cuántos cubos necesitamos para construir una esponja de nivel 2? ¿Qué altura alcanzaría?
3. ¿Cuántos cubos necesitamos para construir una esponja de nivel 3? ¿Qué altura alcanzaría?

(1) <https://www.youtube.com/watch?v=MpUEE5r-lrY>





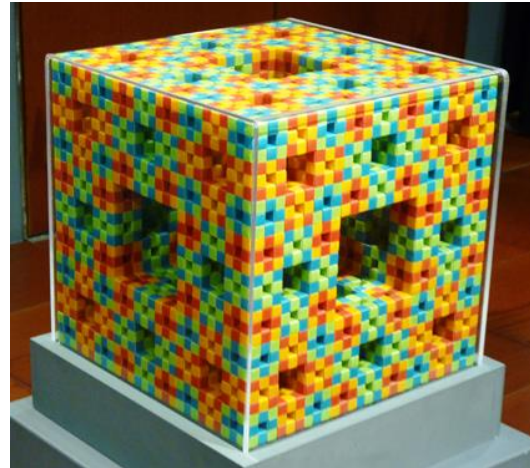
## Emocionar con matemáticas

NN04: La esponja de Menger

### 3. ¿Para qué sirven los fractales?

El estudio de los fractales ha ayudado enormemente a explicar fenómenos de nuestro universo como, por ejemplo:

1. La formación de nubes y el funcionamiento de los huracanes
2. El curso de los ríos y la medición de las costas
3. El crecimiento de las plantas
4. El nacimiento de los planetas y la evolución de las galaxias
5. El crecimiento de la población
6. El ruido electrónico
7. Los terremotos y volcanes



Todos ellos, como vemos, con cierto nivel de autosimilitud (al igual que los fractales)



Obra bajo licencia Creative Commons  
Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual  
4.0 Internacional

Pedro A. Martínez Ortiz  
[www.maths4everything.com](http://www.maths4everything.com)  
@maths4everthink