9

RESUMEN

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES.

IES MACIÁ ABELA
Pedro A. Martínez

A continuación se presenta un resumen de los contenidos referentes a la representación gráfica de funciones reales de variable real. Este documento deberá entenderse como una ***<u>herramienta de apoyo</u>****. <u>En ningún momento se considerará como base teórica</u>.*

Para la representación de funciones reales de variable real pueden seguirse múltiples pasos, no obstante, aquellos que poseen una mayor transcendencia e importancia son los que a continuación se detallan, y que por tanto se aconsejan.

1. DOMINIO

Las funciones típicas que suelen requerir estudio del dominio son:

- **Racionales** $\frac{f(x)}{g(x)}$, que tendrán como domino:

$$\{x \in R \mid g(x) \neq 0\}$$

- Con **radical** de orden **par** $\sqrt[2n]{f(x)}$ que tendrán por dominio:

$$\{x \in R \mid f(x) \geq 0\}$$

- **Logarítmicas** $Log_a\left[f(x)\right]$ que tendrán por dominio:

$$\{x \in R \mid f(x) > 0\}$$

- Tangente $tg\left(f(x)\right)$ que tendrá por dominio

$$\left\{x \in R \;\middle|\; f(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \; con \; k \in Z\right\}$$

2. RANGO O RECORRIDO

Se corresponde con el dominio de la función recíproca.

3. CONTINUIDAD

El estudio de la continuidad puede ayudar a su representación.

4. SIMETRÍA

Función **Par**: Es simétrica respecto del eje OY. Cumple:

$$f(-x) = f(x)$$

Función **Impar**: Es simétrica respecto del origen. Cumple:

$$f(-x) = -f(x)$$

5. PERIODICIDAD

Una función es **periódica** de periodo T si cumple que:

$$f(x+T) = f(x)$$

Entre las funciones periódicas más importantes se encuentran la función seno, coseno y tangente. Las dos primeras tienen un periodo de $T = 2\pi$ radianes mientras que la tercera tiene un periodo de $T = \pi$ radianes.

6. CORTES CON LOS EJES

1. **Cortes con el eje OX**, son aquellos puntos que cumplen:

$$f(x) = 0$$

2. **Cortes con el eje OY**, son aquellos puntos para los cuales $x = 0$

7. ASÍNTOTAS

- **Verticales**: Se buscan en los puntos $x = a$ donde falla el dominio. Deben cumplir que:

$$\lim_{x \to a} f(x) = \pm\infty$$

- **Horizontales**: Son de la forma $y = k$ donde k (finito) viene dado por

$$k = \lim_{x \to \pm\infty} f(x)$$

- **Oblicuas**: Son de la forma $y = mx + n$ donde

$$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} \qquad n = \lim_{x \to \infty} f(x) - m \cdot x$$

8. MONOTONÍA

El estudio de la monotonía se obtiene a partir del análisis de la primera derivada. Así pues si:

- $f(x)$ es **creciente** en aquellos puntos donde $f'(x) > 0$
- $f(x)$ es **decreciente** en aquellos puntos donde $f'(x) < 0$

A partir de la determinación de los intervalos de crecimiento y decrecimiento pueden obtenerse los **extremos relativos** de la función, que son aquellos para los cuales se tiene que:

$$f'(x) = 0$$

Supongamos que $x = a$ es una solución de dicha ecuación. Para ver si se trata de un máximo o un mínimo relativo podemos observar el crecimiento de la función antes y después de dicho punto o bien calcular la segunda derivada y clasificar:

- $x = a$ es un **máximo relativo** si $f''(a) < 0$
- $x = a$ es un **mínimo relativo** si $f''(a) > 0$

9. CURVATURA

El estudio de la curvatura se obtiene a partir del análisis de la segunda derivada. Así pues si:

- $f(x)$ es **convexa** en aquellos puntos donde $f''(x) > 0$
- $f(x)$ es **cóncava** en aquellos puntos donde $f''(x) < 0$

A partir de la determinación de los intervalos de concavidad y convexidad pueden obtenerse los posibles **puntos de inflexión** de la función, que son aquellos para los cuales se tiene que:

$$f''(x) = 0$$

Supongamos que $x = a$ es una solución de dicha ecuación. Para ver si se trata de un punto de inflexión podemos observar la curvatura de la función antes y después de dicho punto.