A continuación se presenta un resumen de los contenidos referentes al tema de continuidad de funciones reales de variable real. Este documento deberá entenderse como una ***herramienta de apoyo****.* *En ningún momento se considerará como base teórica.*

CONTINUIDAD DE UNA FUNCIÓN REAL DE VARIABLE REAL

- Idea intuitiva: Una función continua puede entenderse como aquella función que es posible representarla gráficamente de un solo trazo (sin necesidad de levantar el lápiz del papel).

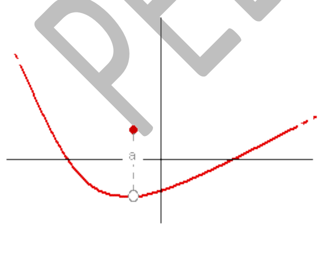
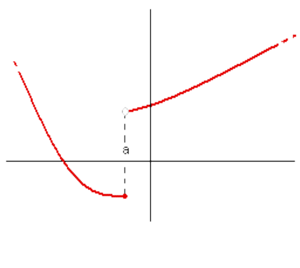
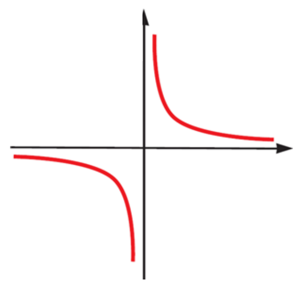
- Formalmente, una función es **continua en un punto** $x = a$ si se cumple:

$$\boxed{f(a) = \lim_{x \to a^+} f(x) = \lim_{x \to a^-} f(x)}$$

  Se entenderá que las igualdades anteriores implican la existencia de cada miembro. Cuando alguna de estas igualdades se rompe, diremos que la función no es continua y presenta una discontinuidad en $x = a$.

- Una función es **continua** en un intervalo si lo es en todos los puntos de dicho intervalo.

TIPOS BÁSICOS DE DISCONTINUIDAD

DISCONTINUIDAD EVITABLE	***DICONTINUIDAD INEVITABLE***	
	DE SALTO FINITO	***DE SALTO INFINITO***
		
$f(a) \neq \lim_{x \to a^+} f(x) = \lim_{x \to a^-} f(x)$	*Los límites laterales son* ***finitos*** *pero* $\lim_{x \to a^+} f(x) \neq \lim_{x \to a^-} f(x)$	***Alguno*** *de los límites laterales es* ***infinito.*** *Si los dos límites son infinitos recibe el nombre de* ***discontinuidad asintótica.***

NOTAS PARA EL ESTUDIO DE LA CONTINUIDAD DE FUNCIONES

Para realizar un estudio adecuado de la continuidad de una función, el primer paso (**<u>indispensable</u>**) consiste en **determinar el dominio de la función**.

Los posibles puntos problemáticos donde la función puede presentar una discontinuidad son los **puntos no incluidos en el dominio** y los **puntos de "soldadura"** o cambio (en el caso de las funciones definidas a trozos)

TEOREMAS DE CONTINUIDAD

<u>TEOREMA DE WEIERSTRASS</u>

*Si una función es **continua en un intervalo cerrado** $[a, b]$, entonces alcanza en dicho intervalo su **máximo** y su **mínimo** absoluto.*

<u>TEOREMA DE BOLZANO</u>

*Si una función es **continua en un intervalo cerrado** $[a, b]$ y $f(a) \cdot f(b) < 0$ (es decir, la función **toma valores de signo opuesto en los extremos**), entonces existe al menos un punto interior c del intervalo para el cual la función vale cero. Matemáticamente, la tesis afirma que:*

$$\exists c \in (a, b) \; tal \; que \; f(c) = 0$$

NOTA: Si una función no verifica las hipótesis del teorema de Bolzano, no puede deducirse necesariamente la tesis que hemos visto. Sin embargo, que no se cumplan las hipótesis no implica que no pueda existir un punto interior del intervalo donde la función se anule.