

La resolución y entrega del presente dossier es voluntaria. Cada uno de los ejercicios propuestos debe resolverse de forma razonada, argumentando adecuadamente la respuesta y cálculos realizados.

“Lo que parece ser el final, suele ser en realidad un nuevo comienzo” Anónimo

PROBLEMA 1: Considera las funciones reales de variable real dadas por:

$$f(x) = \operatorname{arctg} x \quad g(x) = e^{-2x}$$

- Enuncia el **Teorema de Bolzano**.
- Demuestra** que las funciones $f(x)$ y $g(x)$ tienen la misma pendiente en algún punto del intervalo abierto $(-3,3)$

PROBLEMA 2: Determina los valores de los parámetros reales a y b para que la función $f(x)$ sea derivable.

$$f(x) = \begin{cases} (ax^2 + b) \cdot e^{1-x} & \text{si } x > 1 \\ \operatorname{sen}(x - 1) & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$$

PROBLEMA 3: Calcula el valor de los siguientes **límites**:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{sen} x}{x - \operatorname{sen} x} \qquad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot e^{1/x}$$

PROBLEMA 4: Estudia la **monotonía** y **curvatura** de la función $f(x)$ dada por:

$$f(x) = \frac{x^2}{e^x}$$

PROBLEMA 5: Considera las ecuaciones del plano π y la recta r :

$$r \equiv \frac{1 - 2z}{2} = \frac{1 + y}{3} = -x \qquad \pi \equiv x + y + 2z - 2 = 0$$

- Determina la **posición relativa** de la recta r y el plano π
- Calcula la ecuación de la recta **paralela al plano π y perpendicular a la recta r** que pasa por el punto $P(1,2,-5)$

