

*La resolución y entrega del presente dossier es completamente voluntaria. Cada uno de los tres ejercicios propuestos debe resolverse de forma razonada, argumentando adecuadamente la respuesta y todos los cálculos realizados.*

***Aprender sin reflexionar es malgastar la energía.*** Confucio.

**PROBLEMA 1:** Realiza un estudio de la monotonía y curvatura de la función:

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$$

**PROBLEMA 2:** Determina el valor de los parámetros reales  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que pueda aplicarse el Teorema de Rolle a la función  $f(x)$  en el intervalo  $[-2, 3]$ :

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & -2 \leq x < 0 \\ c + \sqrt{x+1} & 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

**PROBLEMA 3:** Determina si cada una de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas justificando adecuadamente tu respuesta (\*):

- La ecuación de la recta tangente a la curva  $f(x) = 3xe^{-x}$  que pasa por su punto de corte con el eje de abscisas es  $y = 3x$ .
- Si una función  $f(x)$  es derivable y verifica que  $f'(a) = 0$ , entonces podemos decir que  $f(x)$  presenta un máximo o mínimo relativo en  $x = a$ .
- No existen dos funciones distintas que tengan la misma función derivada.
- Si una función tiene derivada positiva en todos sus puntos, entonces dicha función es positiva.
- La ecuación  $4x^5 + 3x + 1 = 0$  tiene una única solución en el intervalo  $(-1, 1)$ .

(\* ) *NOTA: Recuerda que para justificar que una sentencia es verdadera hay que demostrarla, mientras que para justificar que es falsa basta con encontrar un contraejemplo.*