

La resolución y entrega del presente dossier es completamente voluntaria. Cada uno de los tres ejercicios propuestos debe resolverse de forma razonada, argumentando adecuadamente la respuesta y todos los cálculos realizados.

Para saber bien las cosas, hay que conocerlas con todo detalle; y como los detalles son casi infinitos, nuestros conocimientos son siempre superficiales e imperfectos

François de la Rochefoucauld

PROBLEMA 1: Calcula el valor del parámetro real m para que la función $f(x)$ sea continua en todo el conjunto de los números reales.

$$f(x) = \begin{cases} m \cdot (x+1) \cdot e^{2x} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{(x+1) \cdot \operatorname{sen} x}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

PROBLEMA 2: Calcula el valor del siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x-1}}$$

PROBLEMA 3: Se considera la función $f(x)$ de la cual se sabe que es continua en el intervalo cerrado $[-2, 5]$ y además verifica que $f(-2) = 3$ y $f(5) = -1$. Determina, en este caso, si cada una de las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas justificando adecuadamente tu respuesta (*):

- La función $f(x)$ se anula en un único punto del intervalo $(-2, 5)$
- La función $f(x)$ adopta en algún momento el valor 1.
- La ecuación $f(x) = 0$ tiene al menos una solución real en el intervalo $(-2, 5)$
- La función $f(x)$ está acotada en el intervalo $[-2, 5]$
- La función inversa $1/f(x)$ es una función continua

(*) **NOTA:** Para justificar que una sentencia es verdadera hay que demostrarla, mientras que para justificar que es falsa basta con encontrar un contraejemplo.