



@maths4everything

Como también te habrás dado cuenta, $n!$ crece muy rápido si aumentamos n . De hecho, para que te hagas una idea, **2022! tiene más de 5800 cifras**. No te preocupes, no voy a pedirte todas ellas. Pero...

Estoy bien

...
¿sabrías decirme en cuántos ceros termina el factorial de 2022?

¿Quieres intentarlo, Zero?

¡Claro! Veamos... Dado que solo interviene la multiplicación, los ceros finales que aparezcan únicamente pueden venir de **multiplicar por 10**. Lo que equivale a multiplicar por el producto 2×5 .

Así que el problema se reduce a ver cuántos 2×5 encontramos en el factorial.

@maths4everything

Por ejemplo, $7!$ termina en un solo cero porque tras descomponerlo en factores primos solo encontramos un único producto 2×5 :

$$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

$$7! = 7 \times 2 \times 3 \times \textcircled{5} \times 2 \times 2 \times 3 \times \textcircled{2} \times 1 = 5040$$

Así que bastará con contar el número de múltiplos de 5 que hay hasta 2022.

@maths4everything

Buena observación, pero no tienes en cuenta que hay múltiplos de 5 en cuya descomposición hay más de un cinco. Por ejemplo, de estos números y de sus múltiplos **estarías dejando de contar algunos cincos que aportan ceros al final del factorial**:

$$25 = 5 \times 5$$

$$125 = 5 \times 5 \times 5$$

$$625 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$3125 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

Oops! Tienes razón...

@maths4everything

En realidad, combinando nuestras dos ideas ya tenemos la solución. Hay que ir contando cuántos múltiplos de 5, 25, 125 y 625 hay antes de 2022 teniendo en cuenta los 5 que aportan en su factorización.

Pero **cuidado**, porque al contar los múltiplos de 5 ya contamos uno de los cincos que aportan los múltiplos de 25, 125 y 625. Con los de 25 contamos un 5 de los aportados por los de 125 y los de 625. Y así sucesivamente.

@maths4everything

Vale, pues comencemos a contar...

Múltiplos de 5:
 $2022:5 = 404$ ceros

Múltiplos de 25:
 $2022:25 = 80$ ceros más

Múltiplos de 125:
 $2022:125 = 16$ ceros más

Múltiplos de 625:
 $2022:625 = 3$ ceros más

En total:
 $404 + 80 + 16 + 3$

¡Termina en **503** ceros!

@maths4everything

Efectivamente, **2022! termina en** una cantidad prima de ceros... **503 ceros**. Podría haberse calculado también sumando los cocientes de las divisiones enteras sucesivas entre 5.

Ha sido interesante...
¿Para cuando el próximo reto?

@maths4everything