

La resolución y entrega del presente dossier es completamente voluntaria. Cada uno de los tres ejercicios propuestos debe resolverse de forma razonada, argumentando adecuadamente la respuesta y todos los cálculos realizados.

Recuerda que no hay nada más difícil que guardar un secreto, perdonar a un enemigo y aprovechar el tiempo. Cualquier dificultad que encuentres en tu vida, te preparará para ser mejor.

PROBLEMA 1: Calcula el valor de los parámetros reales a y b para que la función $f(x)$ sea continua en todo el conjunto de los números reales.

$$f(x) = \begin{cases} ax + 4 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + 2x + b & \text{si } -1 < x < 1 \\ 1 + \ln x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

PROBLEMA 2: Estudia la continuidad de la siguiente función real de variable real:

$$g(x) = \begin{cases} (x + \pi) \cdot \cos\left(\frac{1}{x + \pi}\right) & \text{si } x < -\pi \\ e^{1 + \frac{x}{\pi}} + \frac{1 - \cos x}{x} & \text{si } -\pi \leq x < 0 \\ \left(\frac{1+x}{1-x^2}\right)^{\frac{1}{x}} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

PROBLEMA 3: Enuncia el Teorema de Bolzano. Tras ello, justifica si la ecuación:

$$\ln(1 + x^2) = x^3 - 1$$

tiene alguna solución real.