

## Página 327

### Obtención de la primitiva de algunas funciones

- a)  $x$                       b)  $2x$                       c)  $\sqrt{2}x$
- d)  $x^2$                       e)  $\frac{x^2}{2}$                       f)  $\frac{3x^2}{2}$
- g)  $\frac{7x^2}{2}$                       h)  $\frac{x^3}{3}$                       i)  $\frac{x^3}{6}$
- a)  $\frac{1}{x}$                       b)  $\frac{-1}{x}$                       c)  $\frac{-5}{x}$
- d)  $\frac{-1}{2x^2}$                       e)  $\frac{-1}{x^2}$                       f)  $\frac{-5}{2(x-3)^2}$
- a)  $\sqrt{x^3}$                       b)  $\sqrt{x^3}$                       c)  $\frac{14}{3}\sqrt{x^3}$
- d)  $x$                       e)  $\sqrt{x}$                       f)  $2\sqrt{x^5}$
- a)  $\ln|x|$     b)  $\frac{1}{5}\ln|5x|$     c)  $\ln|x+5|$     d)  $\frac{3}{2}\ln|2x+6|$
- a)  $\sin x$                       b)  $2\sin x$                       c)  $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$
- d)  $\frac{1}{2}\sin 2x$                       e)  $\cos x$                       f)  $-\cos x$
- g)  $-\cos(x - \pi)$                       h)  $\frac{-1}{2}\cos 2x$                       i)  $\frac{1}{2}\operatorname{tg} 2x$
- j)  $\frac{1}{2}\operatorname{tg} 2x - x$
- a)  $e^{x-1}$                       b)  $\frac{1}{2}e^{2x+1}$

## Página 329

- 1 a)  $\frac{x^5}{5} + k$                       b)  $\frac{5x^4}{4} - \frac{8x^3}{3} + x^2 - 3x + k$
- c)  $\frac{3x^3\sqrt{x}}{4} + k$                       d)  $2\sqrt{x} + k$                       e)  $\frac{5^5\sqrt{x^3}}{3} + k$
- f)  $-\frac{3}{x} + k$                       g)  $-\frac{5}{18x^3} + k$                       h)  $\frac{6^3\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}\sqrt[6]{x^5} + k$
- i)  $\sqrt[3]{x} + \frac{2\sqrt{5x^3}}{9} + k$                       j)  $\frac{(\sqrt{5}x-3)^5}{5\sqrt{5}} + k$
- k)  $\frac{3(7x-6)\sqrt[3]{(7x-6)^2}}{35} + k$
- l)  $\frac{5x^3}{3} + 3x^2 - \sqrt{2}x + \sqrt{3}\ln|x| + k$
- m)  $\frac{x^4}{2} - \frac{10x^3}{3} + 10x^2 - 35x + 70\ln|x+2| + k$
- n)  $-\frac{5}{4}\ln|6-4x| + k$

- ñ)  $\frac{x^4}{2} + \frac{4x^3}{3} + 4x^2 + 22x + 41\ln|x-2| + k$
- o)  $\frac{7x^3}{3} - 5x + 3\ln|x| + \frac{4}{x} + k$

## Página 330

- 2 a)  $\frac{3x^2}{2} + 5\ln|\cos x| + k$                       b)  $5\sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + k$
- c)  $-3\ln|\cos x| - 5\sin x + k$                       d)  $\frac{10^x}{\ln 10} - \frac{5^x}{\ln 5} + k$
- 3 a)  $3\operatorname{arctg} x + k$                       b)  $\ln|x^2+1| + k$
- c)  $x - 2\operatorname{arctg} x + k$                       d)  $x + \ln|x^2+1| + k$

## Página 331

- 4 a)  $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + k$                       b)  $\frac{1}{3}\operatorname{arc} \operatorname{tg} 3x + k$
- c)  $\frac{1}{\sqrt{8}}\operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{8}x + k$                       d)  $\frac{1}{15}\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{3x}{5} + k$
- e)  $\frac{\sqrt{6}}{6}\operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{2}{3}}x + k$                       f)  $\frac{1}{3}\operatorname{arc} \operatorname{sen} 3x + k$
- g)  $\frac{1}{\sqrt{8}}\operatorname{arc} \operatorname{sen} \sqrt{8}x + k$                       h)  $\frac{1}{3}\operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{3x}{5} + k$
- i)  $\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arc} \operatorname{sen} \sqrt{\frac{2}{3}}x + k$                       j)  $\frac{1}{5}e^{5x-2} + k$

## Página 333

- 1 a)  $\frac{\cos^6 x}{6} + k$                       b)  $\frac{3}{5}\sqrt[3]{\cos^5 x}$                       c)  $-e^{\cos x} + k$
- d)  $e^{x^3+x^2} + k$                       e)  $-\ln|\cos x^2| + k$                       f)  $\operatorname{arc} \operatorname{tg} x^3 + k$
- g)  $\operatorname{arc} \operatorname{sen} e^{-x}$                       h)  $(x^2+1)\ln(x^2+1) - (x^2+1) + k$
- i)  $\frac{3}{5}\sqrt[3]{(x^4+5x)^5} + k$

## Página 334

- 2 a)  $\frac{2}{9}\sqrt{(x^3-3x^2+5)^3} + k$
- b)  $2\operatorname{arc} \operatorname{sen} e^{\sqrt{x}} + k$
- c)  $-\frac{1}{3\operatorname{sen}^3 x} + \frac{1}{\operatorname{sen} x} + k$
- d)  $\frac{1}{3}(x^3+3x)\ln(x^3+3x) - \frac{1}{3}(x^3+3x) + k$
- e)  $\frac{1}{2}\operatorname{arc} \operatorname{tg}(\operatorname{sen}^2 x) + k$
- f)  $6e^{x+\sqrt{x}} + k$

### Página 335

$$3 \frac{2\sqrt{(x-4)^5}}{5} + 6\sqrt{(x-4)^3} + k$$

$$4 -\frac{6}{\sqrt[6]{x-1}} + 2\sqrt[6]{(x-1)^3} + k$$

$$5 2\operatorname{arc\,sen}\left(\frac{x}{2}\right) + \operatorname{sen}\left[2\operatorname{arc\,sen}\left(\frac{x}{2}\right)\right] + k$$

### Página 336

$$1 -x \cdot \cos x + \operatorname{sen} x + k$$

$$2 \frac{x^2+1}{2} \operatorname{arc\,tg} x - \frac{1}{2}x + k$$

### Página 337

$$3 x^4 \cdot e^x - 4x^3 \cdot e^x + 12x^2 \cdot e^x - 24x \cdot e^x + 24e^x + k$$

$$4 \frac{x - \operatorname{sen} x \cdot \cos x}{2} + k$$

### Página 338

$$1 \frac{3x^2}{2} + 7x + 29 \ln|x-4| + k$$

$$2 \frac{3x^2}{4} - \frac{13}{4}x - \frac{17}{8} \ln|2x+1| + k$$

### Página 341

$$3 \text{ a) } 3 \ln|x| + \ln|x-1| - 4 \ln|x-1| + k$$

$$\text{b) } \ln|x-1| - \frac{5}{2(x-1)^2} + k$$

$$4 \text{ a) } 3 \ln|x| + \frac{2}{x} + 5 \ln|x-2| - 7 \ln|x+2| + k$$

$$\text{b) } \ln|x+2| + k$$

### Página 342

$$5 \text{ a) } \frac{1}{3} \operatorname{arc\,tg} x + k$$

$$\text{b) } \frac{1}{3\sqrt{3}} \operatorname{arc\,tg} \sqrt{3} x + k$$

$$\text{c) } \frac{1}{3\sqrt{2}} \operatorname{arc\,tg} \sqrt{2} x + k$$

$$\text{d) } \frac{1}{\sqrt{77}} \operatorname{arc\,tg} \sqrt{\frac{7}{11}} x + k$$

$$6 \text{ a) } \operatorname{arc\,tg}(x-2) + k$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{6}}{6} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x-2}{\sqrt{6}}\right) + k$$

$$\text{c) } \frac{2\sqrt{23}}{23} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{2x+3}{\sqrt{23}}\right) + k$$

$$\text{d) } \frac{1}{4} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x-3}{2}\right) + k$$

### Página 343

$$7 \text{ a) } \frac{1}{2} \ln(x^2 - 4x + 10) + k$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{6}}{6} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x-2}{\sqrt{6}}\right) + k$$

$$\text{c) } \frac{7}{2} \ln(x^2 - 4x + 10) + \frac{\sqrt{6}}{2} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x-2}{\sqrt{6}}\right) + k$$

$$\text{d) } \frac{5}{2} \ln(x^2 + 3x + 10) + \frac{9}{\sqrt{31}} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{2x+3}{\sqrt{31}}\right) + k$$

### Página 344

$$8 \frac{x^2}{2} + \ln|x| - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 2x + 3) + \sqrt{2} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x+1}{\sqrt{2}}\right) + k$$

### Página 345

1 Hazlo tú.

$$\text{a) } \frac{1}{3} \ln|\operatorname{sen} 3x - \cos 3x| + k \quad \text{b) } 3\sqrt{x^2 - 2} + k$$

$$\text{c) } -\frac{1}{2} \ln|\cos x| + k \quad \text{d) } x - \operatorname{arc\,tg} x + k$$

### Página 346

2 Hazlo tú.

$$\text{a) } -2\sqrt{1 - \ln x} + k$$

$$\text{b) } 2\left(\frac{\sqrt{x^3}}{3} - \frac{x}{2} + \sqrt{x} - \ln|\sqrt{x} + 1|\right) + k$$

3 Hazlo tú.

$$\text{a) } x \cdot \operatorname{arc\,sen} \frac{x}{2} + \sqrt{4 - x^2} + k$$

$$\text{b) } -\frac{1}{x} \ln x - \frac{1}{x} + k$$

### Página 347

4 Hazlo tú.

$$\text{a) } x^2 \cdot \operatorname{sen} 2x + x \cdot \cos 2x - \frac{1}{2} \operatorname{sen} 2x + k$$

$$\text{b) } \frac{2}{5} e^{-x} \cdot \operatorname{sen} 2x - \frac{1}{5} e^{-x} \cdot \cos 2x + k$$

5 Hazlo tú.

$$\text{a) } -\frac{1}{2} \ln(x-1) - \frac{3}{4(x-1)} + \frac{1}{2} \ln(x+1) - \frac{1}{4(x+1)} + k$$

$$\text{b) } \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\sqrt{3}x}{2}\right) + k$$

**Página 348**

**6 Hazlo tú.**

$$\ln|x-1| - \frac{1}{2} \ln(x^2+x+1) - \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right) + k$$

**7 Hazlo tú.**

a)  $2\left(\frac{x}{2} - \sqrt{x} + \ln(\sqrt{x}+1)\right) + k$

b)  $\frac{1}{4} \ln|e^x-1| - \frac{1}{4} \ln(e^x+1) + \frac{1}{2(e^x+1)} + k$

c)  $\frac{\operatorname{sen} 2x}{2} + \frac{\operatorname{sen}^2 x}{2} + k$

**8 Hazlo tú.**

$$f(x) = \frac{x^3}{2} + 2x + 1$$

**Página 349**

**1**  $F(x) = \frac{1}{2} x \cdot e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + \frac{9}{4}$

**2**  $f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ \ln x + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

**3**  $F(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{4} + 2x + k & \text{si } x < 4 \\ \frac{x^2}{4} - 2x + 8 + k & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$

**4**  $F(x) = (x-2)^2$

**Página 350**

**1** a)  $\frac{2x^3}{3} - \frac{5x^2}{4} + \frac{7}{2}x + k$

b)  $\frac{3\sqrt[3]{x^5}}{5} + k$

c)  $\frac{1}{2} \ln|2x+7| + k$

d)  $\frac{x^2}{2} + \cos x + k$

**2** a)  $\frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x + k$

b)  $\frac{(x-5)^4}{4} + k$

c)  $\frac{2}{9} \sqrt{(3x+5)^3} + k$

d)  $\operatorname{sen} x + e^x + k$

**3** a)  $\frac{3}{5\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{x^5} + k$

b)  $7 \operatorname{tg} x + k$

c)  $-\cos(x-4) + k$

d)  $\frac{1}{2} e^{2x} - 3e^{-x} + k$

**4** a)  $2 \ln|x| - \frac{2}{x} + k$

b)  $-\frac{1}{2(x-1)^2} + k$

c)  $\ln|x| - \frac{2}{\sqrt{x}} + k$

d)  $-8 \operatorname{arc\,tg} x + k$

e)  $\frac{3}{2} \ln(1+x^2) + k$

f)  $-\frac{1}{3} \ln|2-x^3| + k$

**5** a)  $\frac{1}{3} \ln|3x-4| + k$

b)  $-\frac{1}{3(3x-4)} + k$

c)  $\frac{2}{9} \sqrt{(3x-4)^3} + k$

d)  $\frac{5}{6} \sqrt[5]{(3x-4)^2} + k$

**6** a)  $e^{x-4} + k$

b)  $\frac{-1}{2} e^{-2x+9} + k$

c)  $\frac{1}{5} e^{5x} + k$

d)  $\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x^4}{4} + k$

**7** a)  $\frac{2}{5} \operatorname{arc\,tg} 5x + k$

b)  $\frac{1}{2} \operatorname{arc\,tg} 10x + k$

c)  $\frac{4}{3} \operatorname{arc\,tg} x + k$

d)  $\frac{1}{2} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x}{2}\right) + k$

e)  $\frac{1}{6} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{3x}{2}\right) + k$

f)  $\frac{1}{3} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x}{3}\right) + k$

g)  $\frac{\sqrt{2}}{4} \operatorname{arc\,tg}(\sqrt{2}x) + k$

h)  $\operatorname{arc\,tg}(e^x) + k$

**8** a)  $\frac{x^2}{2} + 3x + 9 \ln|x-3| + k$

b)  $\frac{x^2}{2} - 6x + 10 \ln|x+1| + k$

c)  $\frac{x^2}{2} - 2x + 3 \ln|x+2| + k$

d)  $x^2 - 2x + 8 \ln|x+2| + k$

e)  $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \ln|x^2-1| + k$

f)  $\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x - 3 \ln|x-2| + k$

**9** a)  $\frac{1}{2} \operatorname{arc\,sen}(2x) + k$

b)  $\operatorname{arc\,sen}\left(\frac{x}{2}\right) + k$

c)  $\frac{1}{10} \operatorname{arc\,sen} 10x + k$

d)  $\frac{1}{x}$

**10** a)  $\frac{\operatorname{sen}^2 x}{2} + k$

b)  $\frac{1}{4 \cos^4 x} + k$

c)  $-2\sqrt{9-x^2} + k$

d)  $\sqrt{x^2+5} + k$

**11** a)  $\frac{\sqrt{(x^2-2x)^3}}{3} + k$

b)  $\frac{\operatorname{arc\,sen}^2 x}{2} + k$

c)  $\frac{-2\sqrt{(1+\cos x)^5}}{5} + k$

d)  $\frac{(1+\ln x)^3}{3} + k$

e)  $-\frac{2}{3(x^3-2)} + k$

f)  $2\sqrt{e^x+1} + k$

- 12** a)  $\frac{x}{2} e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + k$   
 b)  $\frac{x^3 \ln x}{3} - \frac{x^3}{9} + k$   
 c)  $3x \operatorname{sen} x + 3 \cos x + k$   
 d)  $x \ln(2x-1) - x - \frac{1}{2} \ln(2x-1) + k$   
 e)  $-x \cdot e^{-x} - e^{-x} + k$   
 f)  $x \cdot \operatorname{arc} \cos x - \sqrt{1-x^2} + k$

- 13** a)  $-x^2 \cos x + 2x \operatorname{sen} x + 2 \cos x + k$   
 b)  $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\right) e^{2x} + k$   
 c)  $\frac{e^x \operatorname{sen} x + e^x \cos x}{2} + k$   
 d)  $(x^2 + 1) e^x + k$

### Página 351

- 14** a)  $-\frac{1}{5} \ln|x+3| + \frac{1}{5} \ln|x-2| + k$   
 b)  $\frac{3x^2}{2} + 6 \ln|x^2-4| + k$   
 c)  $\frac{1}{90} \ln|x+5| + \frac{1}{10} \ln|x-5| - \frac{1}{9} \ln|x-4| + k$   
 d)  $x + \ln|x| - 2 \ln|x+1| + k$   
 e)  $-\frac{4}{3} \ln|x+2| + \frac{4}{3} \ln|x-1| + k$   
 f)  $x - \frac{9}{2} \ln|x+3| + \frac{1}{2} \ln|x+1| + k$

- 15** a)  $2x + \ln(x-2) + k$   
 b)  $2 \ln|x+3| - 2 \ln|x-5| + k$   
 c)  $\frac{5}{8} \ln\left(\frac{x-1}{x+3}\right) + \frac{1}{2x-2} + k$   
 d)  $\ln|(x-2)(x+5)| + k$   
 e)  $\frac{1}{16} \ln\left|\frac{x-1}{x+3}\right| + \frac{1}{4(x+3)} + k$   
 f)  $\ln[|x-2|(x+2)^2] + k$

- 16** a)  $2 \ln|\sqrt{x}-1| + k$   
 b)  $\frac{3\sqrt[3]{(x+2)^7}}{7} - \frac{3\sqrt[3]{(x+2)^4}}{2} + k$   
 c)  $\frac{6\sqrt[6]{x^7}}{7} + \frac{6\sqrt[6]{x^5}}{5} + 2\sqrt{x} + 6\sqrt[6]{x} - 3 \ln|\sqrt[6]{x}+1| + 3 \ln|\sqrt[6]{x}-1| + k$   
 d)  $-2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{2-x} + k$

- 17** a)  $\frac{1}{5} e^{x^5} + k$   
 b)  $\frac{-1}{2} \cos x^2 + k$   
 c)  $\frac{-x \cdot 2^{-x}}{\ln 2} - \frac{2^{-x}}{(\ln 2)^2} + k$   
 d)  $-x^3 \cos x + 3x^2 \operatorname{sen} x + 6x \cos x - 6 \operatorname{sen} x + k$   
 e)  $\frac{2}{7} \sqrt{(x+3)^7} + k$   
 f)  $\frac{1}{4} \ln|2-6x^2| + k$   
 g)  $\frac{e^{2x+1}}{5} (\operatorname{sen} x + 2 \cos x) + k$   
 h)  $\frac{(-x^3-1)}{3} e^{-x^3} + k$

- 18** a)  $\int \left( \frac{x}{x^2+1} + \frac{2}{x^2+1} \right) dx$   
 b)  $\frac{-1}{4} \left[ \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + \frac{2x}{x^2-1} \right] + k$   
 c)  $-\frac{1}{3} \ln(x+1) + \frac{5}{6} \ln(2x-1) + k$   
 d)  $\frac{5}{24} \ln(2x+3) + \frac{1}{24} \ln(2x-3) + k$   
 e)  $2 \ln|x-1| - \frac{3}{x+1} + k$   
 f)  $\frac{3}{4} \ln(2x^2+8) - \frac{1}{4} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{2} + k$

- 19** a)  $\frac{\ln^2|x|}{2} + k$       b)  $\ln|x + \cos x| + k$   
 c)  $\ln|\ln|x|| + k$       d)  $\ln|e^x + x| + k$   
 e)  $-2 \cos(\sqrt{x}) + k$       f)  $(x-3) \ln|x-3| - x + k$   
 g)  $2\sqrt{x} (\ln \sqrt{x} - 1) + k$   
 h)  $x \ln(x^2+1) - 2x + 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} x + k$

- 20** a)  $\cos\left(\frac{1}{x}\right) + k$       b)  $2x - 4 \ln|x+2| + k$   
 c)  $\frac{\operatorname{arc} \operatorname{tg}^2 x}{2} + k$       d)  $\frac{1}{3 \cos^3 x} + k$   
 e)  $x \ln^2|x| - 2x \ln|x| + 2x + k$   
 f)  $\operatorname{sen} e^x + k$   
 g)  $\ln \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} + k$   
 h)  $\frac{x^2}{2} - 3x + 4 \ln|x+1| + k$

**21** a)  $-2\sqrt{e^x} - 2\ln(\sqrt{e^x} - 1) + k$       b)  $\frac{2\sqrt{(3x-2)^3}}{9} + k$

**22** a)  $-\sqrt{1-x^2} + 4\text{arc sen } x + k$

b)  $\frac{1}{2} \text{arc sen } (2x-3) + k$

**23** a)  $5\ln|x-1| - \frac{10}{x-1} - \frac{5}{2(x-1)^2} + k$

b)  $x + \ln(x^2 - 2x + 5) - 3\text{arc tg } \frac{x-1}{2} + k$

c)  $\frac{x^2}{2} - x + 3\ln x + \frac{7}{3}\ln(x+2) - \frac{7}{3}\ln(x-1) + k$

d)  $2\ln(x-2) + 4\text{arc tg } \frac{x}{3} + k$

**24** a)  $\frac{2\sqrt{(x+1)^5}}{5} - \frac{2\sqrt{(x+1)^3}}{3} + k$

b)  $\frac{4}{3}\ln|\sqrt[4]{x^3}-1| + k$

c)  $\frac{2\sqrt{(x+1)^3}}{3} - 2\sqrt{x+1} + k$       d)  $\ln\left|\frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1}\right| + k$

e)  $2\ln(\sqrt{x}+1) + k$

f)  $2\sqrt{x} - 2\text{arc tg } \sqrt{x} + k$

**25** a)  $x - \ln(1 + e^x) + k$

b)  $-\sqrt{9-x^2} + 3\text{arc sen}\left(\frac{x}{3}\right) + k$

c)  $-\frac{1}{9}x + \frac{1}{3e^x} + \frac{1}{9}\ln|e^x - 3| + k$

d)  $\frac{1}{\cos^2 x}$

e)  $e^x - 2\text{arc tg}(e^x) + k$

f)  $2\sqrt{x} - 2\ln(1 + \sqrt{x}) + k$

### Página 352

**26**  $\int \cos^3 x \, dx = \text{sen } x - \frac{\text{sen}^3 x}{3} + k$

$\int \text{sen}^3 x \, dx = -\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + k$

**27** a)  $\frac{3}{4}\text{sen } 2x + \frac{x}{2} + k$       b)  $-\text{sen } x + k$

c)  $-\frac{1}{4}\cos 2x - \frac{1}{8}\text{sen}^2 2x + k$       d)  $\frac{x}{2} - \frac{\text{sen } 2x}{4} + k$

**28** a)  $\frac{x^2}{2} - 2x + 3\ln|x+1| + \frac{1}{x+1} + k$

b)  $\frac{(x+1)^2}{2} - 3(x+1) + 3\ln|x+1| + \frac{1}{x+1} + k$

**29** a)  $\text{arc tg}(x+2) + k$

b)  $\frac{1}{2}\ln(x^2 + 2x + 3) + 2\sqrt{2}\text{arc tg } \frac{x+1}{\sqrt{2}} + k$

c)  $\frac{1}{3}\ln x - \frac{1}{6}\ln(x^2 + 2x + 3) + \frac{\sqrt{2}}{3}\text{arc tg } \frac{x+1}{\sqrt{2}} + k$

d)  $-\frac{1}{2}\ln x + \frac{1}{2}\ln(x^2 + 1) + 2\text{arc tg } x + k$

e)  $x + \frac{3}{2}\ln(x^2 + 9) - \frac{1}{3}\text{arc tg } \frac{x}{3} + k$

f)  $\frac{1}{2}\ln(x+1) - \frac{1}{2(x+1)} - \frac{1}{4}\ln(x^2 + 1) + k$

**30**  $F(x) = -\frac{3}{2}\ln|1-x^2| + \frac{9}{2}$

**31**  $F(x) = \frac{-1}{x} + 3$

**32**  $F(x) = 2x^2 - 6x + 8$

**33**  $f(x) = x^3 + x - 5$

**34**  $F(x) = -x^2 \cdot \cos x + 2x \cdot \text{sen } x + 2\cos x - 1$

**35**  $f(x) = \frac{x^3}{6}\left(\ln x - \frac{1}{2}\right) - \frac{x^3}{18} + \frac{1}{4}x - \frac{e^3}{36}$

**36**  $f(x) = -\frac{1}{2}e^{-x^2} + 1$

**37**  $f(x) = \frac{-2}{\ln 2}\ln(1+x) + 1, \quad x > -1$

**38**  $F(x) = x\ln(1+x^2) - 2x + 2\text{arc tg } x$

**39**  $a = \frac{-3}{\pi^2}$

**40**  $\frac{1}{a}e^{ax}(x^2 + bx + c) - \frac{1}{a^2}e^{ax}(2x + b) + \frac{2}{a^3}e^{ax} + k$

**41**  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{3} - x^2 + 1 - e & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ e^x - x - e & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

**42** a)  $f(x) = \begin{cases} 2x - \frac{x^2}{2} - \frac{3}{2} & \text{si } x < 1 \\ \ln x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

b)  $y = \ln 2 + \frac{1}{2}(x-2)$

**43**  $F(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

El punto (0, 4) es un máximo relativo. El punto (2, 0) es un mínimo relativo.

**44**  $f(x) = e^x - xe$

**45**  $F(x) = x^2 - 4$

$$46 \quad f(x) = -4\cos \frac{x}{2} + 5$$

$$47 \quad \text{a) } \frac{x}{2} - 2 \ln |2x + 4| + k$$

$$\text{b) } \frac{x}{2} - 2 \ln |2x + 4| + 2$$

### Página 353

$$48 \quad f(x) = \frac{x^3}{6} - \frac{3}{2}x + \frac{7}{3}$$

$$49 \quad F(x) = \ln(e^x + 1) + 2 - \ln 2$$

$$50 \quad f(x) = \frac{3x^2}{2} + x - \frac{3}{2}$$

$$51 \quad H(x) = x^2 + x + \ln |6x^2 - 7x + 2| - 1$$

$$52 \quad \operatorname{tg} x - \operatorname{cotg} x + k$$

$$53 \quad \frac{81}{10} \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{5x}{9} + \frac{81}{20} \operatorname{sen} \left( 2 \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{5x}{9} \right) + k$$

$$54 \quad \text{a) } \int |1-x| dx = \begin{cases} x - \frac{x^2}{2} + k & \text{si } x < 1 \\ -x + \frac{x^2}{2} + 1 + k & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \int (3+|x|) dx = \begin{cases} 3x - \frac{x^2}{2} + k & \text{si } x < 0 \\ 3x + \frac{x^2}{2} + k & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \int |2x-1| dx = \begin{cases} -x^2 + x + k & \text{si } x < \frac{1}{2} \\ x^2 - x + \frac{1}{2} + k & \text{si } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{d) } \int \left| \frac{2x}{3} - 4 \right| dx = \begin{cases} -\frac{x^2}{3} + 4x + k & \text{si } x < 6 \\ \frac{x^2}{3} - 4x + 24 + k & \text{si } x \geq 6 \end{cases}$$

$$\text{e) } \int |x-2| x dx = \begin{cases} -\frac{x^3}{3} + x^2 + k & \text{si } x < 2 \\ \frac{x^3}{3} - x^2 + \frac{8}{3} + k & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{f) } \int e^{|x|} dx = \begin{cases} -e^{-x} + k & \text{si } x < 0 \\ e^x - 2 + k & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$55 \quad -\frac{3}{2x^2} + \frac{2}{x} - \ln x + k$$

$$56 \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} e^{-x} - e & \text{si } x < 0 \\ -x + 1 - e & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } y = -e - (x-1)$$

$$57 \quad f(x) = \frac{3x^2}{2} + 2x - \frac{3}{2}$$

$$58 \quad F(x) = \ln |x| - 1$$

$$59 \quad \text{a) } \frac{2\sqrt{(x+2)^3}}{3} + 2\sqrt{x+2} + k$$

$$\text{b) } 2 \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{x} + k$$

$$\text{c) } \frac{2\sqrt{x^3}}{3} + \frac{6\sqrt{x^{23}}}{13} + k$$

$$\text{d) } \frac{2\sqrt{(x+1)^7}}{7} - \frac{4\sqrt{(x+1)^5}}{5} + \frac{2\sqrt{(x+1)^3}}{3} + k$$

$$60 \quad \text{a) } \frac{1}{2} \ln |1 + \operatorname{sen} x| - \frac{1}{2} \ln |1 - \operatorname{sen} x| + k$$

$$\text{b) } -\frac{1}{2} \ln (1 + \cos x) + \frac{1}{2} \ln (1 - \cos x) + k$$

61 Si  $a = 0$  y  $b = 0$  el problema no tiene sentido.

Si  $b = 0 \rightarrow a \neq 0$ :

$$\int \frac{\cos x}{a^2} dx = \frac{\operatorname{sen} x}{a^2} + k$$

Si  $b \neq 0$ :

$$\int \frac{\cos x}{(a + b \operatorname{sen} x)^2} dx = -\frac{1}{b(a + b \operatorname{sen} x)} + k$$

$$62 \quad \text{a) } -\frac{\cos^3 x}{3} + k$$

$$\text{b) } F(x) = -\frac{\cos^2 x}{3} + \frac{25}{24}$$

$$63 \quad f(x) = 3x + 2\cos x + 2 - 2\pi$$

$$64 \quad -\frac{1}{x-1} + k$$

$$65 \quad f(x) = \operatorname{sen} x + 2$$

$$66 \quad \int 3x|x-2| dx = \begin{cases} -x^3 + 3x^2 + k & \text{si } x < 2 \\ x^3 - 3x^2 + 8 + k & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$67 \quad \text{a) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 4x - 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

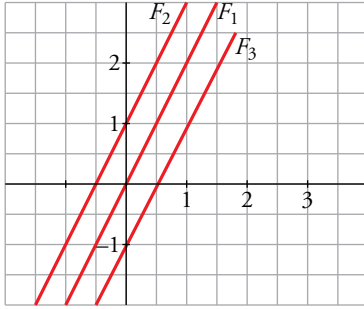
$$\text{b) } y = 2 + 4(x-1)$$

### Página 354

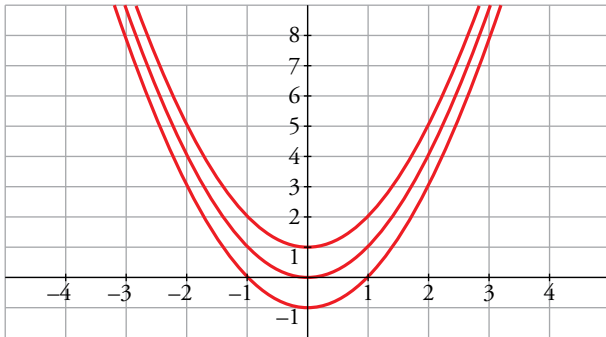
68  $F(x)$  primitiva de  $f(x) \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$

$(F(x) + C)' = F'(x) = f(x) \rightarrow F(x) + C$  es primitiva de  $f(x)$ .

69 a)  $F_1(x) = 2x$      $F_2(x) = 2x + 1$      $F_3(x) = 2x - 1$



b)  $F_1(x) = x^2$      $F_2(x) = x^2 + 1$      $F_3(x) = x^2 - 1$



70  $dx = \frac{dt}{1+t^2}$

71 Tenemos que probar que la derivada de la función  $f(x) = \ln |\sec x + \operatorname{tg} x| + k$  es  $f'(x) = \frac{1}{\cos x}$ .

Derivamos  $f(x) = \ln \left| \frac{1 + \operatorname{sen} x}{\cos x} \right| + k$ :

$$f'(x) = \frac{\frac{\cos^2 x + \operatorname{sen} x(1 + \operatorname{sen} x)}{\cos^2 x}}{\frac{1 + \operatorname{sen} x}{\cos x}} = \frac{\cos^2 x + \operatorname{sen} x + \operatorname{sen}^2 x}{\cos x} = \frac{1 + \operatorname{sen} x}{(1 + \operatorname{sen} x) \cos x} = \frac{1}{\cos x}$$

72 • Si  $\operatorname{tg} x > 0$ :  $D[\ln(\operatorname{tg} x) + k] = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 x}{\operatorname{tg} x}$

• Si  $\operatorname{tg} x < 0$ :  $D[\ln(-\operatorname{tg} x) + k] = \frac{-1 - \operatorname{tg}^2 x}{-\operatorname{tg} x} = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 x}{\operatorname{tg} x}$

73 Ambas son del tipo  $\int f(x)^n f'(x) dx$ .

$f(x) = \operatorname{tg} x$ ;  $n = 3$ ;  $f'(x) = 1 + \operatorname{tg}^2 x$

74 Si  $F(x)$  y  $G(x)$  son dos primitivas de una misma función, su diferencia es una constante. Veámoslo:

$$F(x) - G(x) = \frac{1}{1+x^4} - \left( \frac{-x^4}{1+x^4} \right) = \frac{1+x^4}{1+x^4} = 1$$

75  $f(x) = \frac{x+8}{x^2+x-2}$

76 No. Por ejemplo:

$$\left. \begin{aligned} f(x) = 2x + 1 &\rightarrow F(x) = x^2 + x + k \\ g(x) = 2x + 2 &\rightarrow G(x) = x^2 + 2x + c \end{aligned} \right\}$$

77 a) Las funciones representadas son:

$y = 3$  e  $y = 3x - 6$ , que cumplen:  $\int 3 dx = 3x + k$

b) Las funciones son:

$y = -1$  e  $y = x + 1 \rightarrow \int -1 dx = -x + k$

No corresponden a una función y su primitiva.

c) Las funciones son:

$y = x^2 - 1$  e  $y = 2x \rightarrow \int 2x dx = x^2 + k$

d) Las funciones son:

$y = -x^2 - 1 + 4$  e  $y = -2x + 1 \rightarrow \int -2x + 1 dx = -x^2 + x + k$

No corresponden a una función y su primitiva.

78 a)  $F(x) - G(x)$     b)  $-\frac{1}{2}[5G(x) + 4F(x)]$

c)  $\frac{1}{2}F(2x - 1)$     d)  $5x - G(x)$

e)  $2G\left(\frac{x-3}{2}\right)$     f)  $\frac{3}{5}F(5x-1) + 2G(2-3x)$

g)  $\frac{[G'(x)]^2}{2} + k$     h)  $\ln|F'(x)| + k$

79 a) Verdadero.    b) Falso.    c) Verdadero.

80  $f(x) = \ln|x| + 2$

81 a)  $F(0) = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 0 = 0$  y  $G(0)$  no existe.

b) En el dominio de definición de ambas funciones no pueden cortarse.

### Página 355

82 a)  $\frac{\operatorname{sen}^3 x}{3} - \frac{\operatorname{sen}^5 x}{5} + k$

b)  $-\frac{\cos^3 x}{3} + \frac{\cos^5 x}{5} + k$

c)  $\operatorname{en} x - \frac{2\operatorname{sen}^3 x}{3} + \frac{\operatorname{sen}^5 x}{5} + k$

d)  $-\frac{\cos 2x}{16} + \frac{\cos^3 2x}{48} + k$

- 83** a)  $\frac{x}{8} - \frac{\operatorname{sen} 4x}{32} + k$   
 b)  $\frac{5}{16}x - \frac{1}{4}\operatorname{sen} 2x + \frac{3}{64}\operatorname{sen} 4x + \frac{1}{48}\operatorname{sen}^3 2x + k$
- 84** a)  $10 \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{x}{2} + 5 \operatorname{sen} \left( 2 \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{x}{2} \right) + k$   
 b)  $\frac{25}{16} \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{8x}{5} + \frac{25}{32} \operatorname{sen} \left( 2 \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{8x}{5} \right) + k$   
 c)  $\operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \operatorname{sen} \left( 2 \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{x}{\sqrt{2}} \right) + k$   
 d)  $\frac{9}{160} \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{20x}{3} + \frac{9}{320} \operatorname{sen} \left( 2 \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{20x}{3} \right) + k$
- 85**  $y = \frac{2}{x^2 + 1}$
- 86** a)  $y = \pm \sqrt{x^2 + 2k}$                       b)  $y = \sqrt[3]{3x + x^3 + 3k}$   
 c)  $y = \pm e^{(x^2/2) + k}$                       d)  $y = \pm e^{2\sqrt{x} + k}$   
 e)  $y = \ln |e^x - x + k|$                       f)  $y = \operatorname{tg} \left( \frac{1}{x} + k \right)$

## Autoevaluación

- 1**  $\operatorname{sen} x - \ln |\cos x| + k$
- 2**  $2 \ln |x| + \frac{2}{3} \sqrt{x^3} + k$
- 3**  $\frac{3}{16} \sqrt[3]{(2x^2 + 1)^4} + k$
- 4**  $\frac{\operatorname{tg}^3 x}{3} + k$

- 5**  $\frac{2^{\operatorname{sen} x}}{\ln 2} + k$
- 6**  $-\cos (\ln x) + k$
- 7**  $\frac{3}{10} \ln |x - 3| + \frac{7}{10} \ln |x + 7| + k$
- 8**  $-\frac{1}{9} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{3} + k$
- 9**  $\frac{2}{3} \sqrt{x^3} - x + 4\sqrt{x} - 4 \ln (\sqrt{x} + 1) + k$
- 10**  $\frac{x \cdot \cos (\ln x) + x \cdot \operatorname{sen} (\ln x)}{2} + k$
- 11** a)  $f(x) = \frac{x - 2}{x + 1}$   
 b)  $g(x) = x - 3 \ln |x + 1| + 1$
- 12** a)  $-\frac{1}{2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \cos 2x + k$   
 b)  $\frac{3}{2} \ln (x^2 - 4x + 6) + 4\sqrt{2} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x - 2}{\sqrt{2}} + k$
- 13**  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3x & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 + 7x - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$
- 14**  $\int |x - 2| dx = \begin{cases} -\frac{x^2}{2} - 2x + k & \text{si } x < -2 \\ \frac{x^2}{2} + 2x + 4 + k & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$
- 15**  $F(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{2} + \frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}$
- 16**  $f(x) = x^2 - 4x + 5$